

ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «Матрицы. Решение систем линейных уравнений матричным способом»

Номинация: пропедевтика вузовских спецдисциплин

Автор программы:

Харитоновна Светлана Юрьевна,
учитель математики Муниципального бюджетного
общеобразовательного учреждения
средняя общеобразовательная школа № 124
с углубленным изучением отдельных предметов
городского округа Самара

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К ПРОГРАММЕ

Элективный курс представляет собой *пропедевтику вузовских спецдисциплин*.

Цель – подготовка к изучению высшей математики на примере дисциплины
Линейная алгебра курса высшей математики технических вузов.

Элективный курс «Матрицы. Решение систем линейных уравнений матричным способом» удовлетворяет индивидуальным запросам обучающихся, готовящихся к поступлению в профильные вузы, в более прочном усвоении математических знаний и закреплению навыков, знакомстве с разделом линейной алгебры. По результатам проведенного анкетирования обучающихся и родителей 90% опрошенных изъявили желание дополнительно изучить тему курса. Интерес к элективному курсу у старшеклассников обусловлен тем, что выпускники, поступившие на технические специальности вузов, часто не справляются с вузовской программой и обращаются к автору курса и учителям математики школы с просьбами о помощи в освоении элементов высшей математики.

Курс предназначен для обучающихся 10-11 классов общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, изучающих математику на базовом, расширенном и профильном уровне. Его освоение поможет ученикам понять свои возможности в получении профессионального образования по техническим специальностям.

Программа курса знакомит обучающихся с одним из ключевых разделов линейной алгебры – матрицами, с возможностью применения полученных знаний при решении систем линейных уравнений. Содержание программы актуально с точки зрения задач профильной подготовки и пропедевтики математического образования в высших учебных заведениях.

Планируемые образовательные результаты

- выполняет действия с матрицами: приведение матриц к ступенчатому виду, определение ранга матрицы, вычисление определителей, составление обратных матриц;
- находит ранг матрицы;
- решает системы линейных уравнений различными способами (Гаусса, Крамера, с помощью обратной матрицы);
- находит общее и частное решения, если система имеет бесконечное множество решений.

Оценка планируемых образовательных результатов

При изучении данного курса проводится текущий контроль выполнения домашних заданий, промежуточный контроль применения различных способов решения систем уравнений и итоговый контроль в виде выполненного типового расчета (индивидуальные задания для каждого ученика), содержащего задания, отражающие основные темы элективного курса.

Для получения зачета необходимо посещение занятий, наличие в тетради теоретического и практического материала, изложенного во время занятий; выполнение домашних заданий. По завершении изучения курса успешное выполнение типового расчета.

Материалы по типовому расчету даны в Приложении 1.

Организация освоения содержания

При составлении программы элективного курса учитывался опыт преподавания математики автором в МБОУ СОШ №124 г.о. Самара и опыт работы коллег в школах городского округа Самара, был проведен сравнительный анализ учебных программ по математике в старших классах школы и высшей математики в вузах.

Учебная деятельность во время занятий включает следующие формы:

- лекции, мини-лекции,
- эвристические беседы,
- урок-практикум,
- комбинированный урок,
- семинар,
- зачетное занятие.

Лекции сопровождаются мультимедийными презентациями; уроки-практикумы обеспечиваются раздаточными материалами с тренировочными упражнениями.

Требования к ресурсам

Выбранное построение курса позволяет обучающимся по желанию изучить курс в любой временной период обучения на уровне среднего общего образования. Рекомендуется *организовывать* занятия 1 раз в неделю по 1 часу.

В качестве *дидактического* ресурса рекомендуется использование следующего сборника: Раздаточные материалы с тренировочными упражнениями / Сост. Харитоновна С.Ю. – Самара, 2015. – На правах рукописи. (см. Приложение 2).

Для проведения уроков потребуются следующие *материально-технические ресурсы*:

- ноутбук / компьютер;
- мультимедийный проектор;
- экран.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тема 1. Матрица. Основные определения, действия над матрицами

Правила записи, чтения матриц. Размерность матрицы. Нулевая, единичная, квадратная матрицы.

Практическая деятельность

Складывают, вычитают, умножают матрицы.

Тема 2. Ранг матрицы

Определение ранга матрицы. Алгоритм нахождения ранга.

Практическая деятельность

Находят ранг матрицы.

Тема 3. Преобразования матриц

Приведение матриц к треугольному или трапецеидальному виду.

Тема 4. Системы линейных уравнений. Решение систем методом Гаусса

Система линейных однородных (неоднородных) уравнений. Единственное решение системы, бесконечное множество решений (общее, частное решения).

Практическая деятельность

Решают системы методом Гаусса.

Тема 5. Вычисление определителей

Определители второго, третьего порядка. Правила вычисления определителей.

Практическая деятельность

Вычисляют определители.

Тема 6. Формулы Крамера

Применение формул Крамера к решению систем линейных уравнений.

Тема 7. Обратная матрица

Составление обратных матриц. Алгебраические дополнения. Определение деления матриц.

Практическая деятельность

Составляют обратные матрицы.

Определяют деления матриц.

Тема 8. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы

Обратная матрица как способ решения системы линейных уравнений.

Практическая деятельность

Решают системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Тема 9. Контрольная работа

УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Тема	КОЛ-ВО ЧАСОВ			
		всего	аудиторн ых	из них на практ. деят.	на самост. работу
1	Матрицы. Основные определения, действия над матрицами	2	2	1	0
2	Ранг матрицы	1	1	0	0
3	Преобразования матрицы	1	1	0	0
4	Системы уравнений. Решение систем методом Гаусса.	3	3	2	0
5	Вычисление определителей	2	2	1	0
6	Формулы Крамера	1	1	0	0
7	Обратная матрица	3	3	2	0
8	Решение систем линейных уравнений	3	3	2	0
9	Контрольная работа	1	1	1	0
ИТОГО		17	17	9	0

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антонов В.И. и др. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Опорный конспект. – М.: Проспект, 2011.
2. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М., 1990.
3. Гетманова А.Д. Логические основы математики. – М.: Дрофа, 2006.
4. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: Проспект, 2007.
5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч. 2: Линейная алгебра. – М.: МЦНМО, 2010.
6. Лизунова Н.А., Шкроба С.П. Матрицы и системы линейных уравнений. Руководство к решению задач. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
7. Ляпин С.Е., Баранова И.В., Борчугова З.Г. Сборник задач по элементарной алгебре. – М.: Просвещение, 1998.
8. Пилипенко Н.М. Линейная алгебра в двух частях. – М., 1998.
9. Просветов Г. И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: задачи и решения. – М., Альфа-Пресс, 2009.
10. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М., 1966.
11. Цыпкин А.Г. Справочник по математике для средних учебных заведений. – М.: Наука, 1983.
12. Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линейная алгебра и геометрия. – М.: Физматлит, 2012.

ПРИМЕРНЫЙ ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

1. Выполните действия:

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 6 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 8 & -1 & 4 \\ 1 & 6 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Найдите ранг матрицы:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \\ 10 & 5 & 5 & 14 \end{vmatrix}$$

3. Решите систему уравнений тремя способами:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

4. Найдите общее и частное решение системы:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_4 = 6, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 8, \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7. \end{cases}$$

РАЗДАТОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ С ТРЕНИРОВОЧНЫМИ УПРАЖНЕНИЯМИ

Раздаточные материалы с тренировочными упражнениями / Сост. Харитонова С.Ю. – Самара, 2015. – На правах рукописи.

1. Выполните действия:

$$1. \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 6 & 4 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 0 \\ 1 & -4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 7 \\ 6 & 2 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 6 \\ 4 & -3 & 2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Найдите ранг матрицы:

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ -4 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} -4 & 7 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \\ 9 & 8 & 1 \\ 5 & 15 & 6 \\ -1 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 13 & 6 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} -1 & 3 & 3 & 2 & 5 \\ -3 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 1 & -5 & 0 & 7 \\ -5 & 7 & 1 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} -1 & 0 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & -1 & 7 \\ -1 & 1 & 8 & -8 \\ 5 & 3 & 0 & 16 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \end{vmatrix}$$

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{array}{l} 1. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 5. \end{cases} \\ 4. \begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 = -1. \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 6. \end{cases} \\ 5. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 7, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 = 2. \end{cases} \\ 6. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 7. \end{cases} \end{array}$$

4. Вычислите определитель:

$$\begin{array}{l} 1. \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \\ 2. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 6 \end{vmatrix} \\ 3. \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \\ 4. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 11 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 8 & 4 \\ 3 & -1 & 1 & 9 \end{vmatrix} \end{array}$$

5. Решите систему линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Найдите ее общее, базисное и любое частное решение

$$\begin{array}{l} 1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 5x_4 - x_5 = 6, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 5, \\ 6x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 - x_5 = 6. \end{cases} \\ 2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = 6, \\ x_1 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 - 6x_5 = -1. \end{cases} \end{array}$$